Prof. Dr. Alfred Toth

Vervollständigung des semiotischen Zahlenschemas

1. Obwohl Bense (1981, S 17 ff.) die Einführung der Primzeichen in Anlehnung an die Einführung der natürlichen Zahlen durch Anwendung der Peano-Axiome, ausgehend von der linearen Relation PZ = (.1., .2., .3.), zu begründen suchte, hat er selber bereits früher die korrekte Relation in der Form

ZR = (.1., ((.1. → .2.), (.1. → .2. → .3.))),

d.h. als verschachelte Relation bzw. „triadisch gestufte Relation von Relationen" eingeführt.

2. In der Semiotik wird also „gestuft", d.h. nicht mono-linear, sondern poly-linear gezählt (Toth 2011):

$$\begin{array}{lllllll} & & & & 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \\ & & 1 \rightarrow 2 \rightarrow & \uparrow & \\ 1 \rightarrow & \uparrow & & & \end{array}$$

denn nur auf diese Weise kann der Tatsache Rechnung getragen werden, dass es nicht eine, sondern drei Arten von semiotischen Zahlen gibt, die sich durch ihre Ordnungsrelation unterscheiden:

1. Triadische Peirce-Zahlen: $1. < 2. < 3.$

2. Trichotomische Peirce-Zahlen: $.1 \leq .2 \leq .3$

3. Diagonale Peirce-Zahlen: $1.1 << 2.2 << 3.3.$

3. Zählt man linear, wie etwa bei den Peano-Zahlen, d.h.

1, 2, 3, ..., n,

wo sich das (n+1)-te Glied einfach durch Anwendung eines Sukzessionsoperator (σ(n) = (n+1)) ergibt, ohne dass irgendwo die Gefahr „flächiger Abweichung“ (Rosser) besteht, dann stellt sich auch nicht das Problem, vor wessen Hintergrund gezählt wird. Sobald wir aber stattdessen von einer poly-linearen „layer-„Struktur ausgehen, entsteht nicht nur ein flächenartiges Zählschema, sondern wegen der triadischen „Verschachtelung“ entstehen auch lineare Leerräume vor und nach den semiotischen Zahlen. Man kann das wie folgt andeuten:

$\emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

$\emptyset \quad 1 \rightarrow 2 \rightarrow \uparrow \quad \emptyset \quad \emptyset$

$1 \rightarrow \uparrow \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset.$

Allerdings fehlen in dieser Darstellung die morphismischen Abbildungen zwischen den Leerstellen. Folgt man der obigen Definition des Zeichens, wie sie Bense (1979, S. 53, 67) gegeben hatte, gibt es nur eine Möglichkeit, dieses Zählschema sowohl durch Objekte wie auch durch die Abbildungen zwischen ihnen zu vervollständigen:

$$
\begin{tikzcd}
\emptyset \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 \\
\emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & \emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed] \\
1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u] & \emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & \emptyset \arrow[u, dashed]
\end{tikzcd}
.
$$

Damit gelten also u.a. folgende Beziehungen:

$(1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 1) = (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow 1)$

$(1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 1) \subset ((1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow 2) =$

$1 \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow \emptyset \rightarrow 1 \rightarrow 2))$

Wir müssen dann die Nullstellen wie folgt interpretieren:

$$\begin{tikzcd}
\emptyset \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 \\
\emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[u, dashed] \\
1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1, \arrow[u, dashed]
\end{tikzcd}$$

so dass die Inklusionen sowohl in der Horizontalen wie in der Vertikalen erfüllt sind. Damit entsteht in der linken oberen Ecke eine interessante Dreicksmatrix von Nullheiten. Wenn wir horizontal die „layers“ der poly-linearen Zählung berücksichtigen

$$\begin{tikzcd}
\emptyset \arrow[r, dashed] & \emptyset \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 & n+2 \\
\emptyset \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 2 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 2 \arrow[u, dashed] & n+1 \\
1 \arrow[r] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[r, dashed] \arrow[u, dashed] & 1 \arrow[u, dashed] & n,
\end{tikzcd}$$

dann bekommen wir also einerseits erwartungsgemäss

$(1^{n} \subset 2^{n+1})$

$(2^{n+1} \subset 3^{n+2})$

$(1^{n} \subset 3^{n+2})$,

andererseits aber auch

$((1^{n} \subset \emptyset^{n+1} \subset \emptyset^{n+2})$

$(1^{n} \subset 1^{n+1} \subset \emptyset^{n+2})$

$(1^{n} \subset 2^{n+1} \subset 1^{n+2})$

$(1^{n} \subset 2^{n+1} \subset 2^{n+2})$

$(1^{n} \subset 2^{n+1} \subset 3^{n+2})$.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Semiotisches Zählen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

6.4.2011